



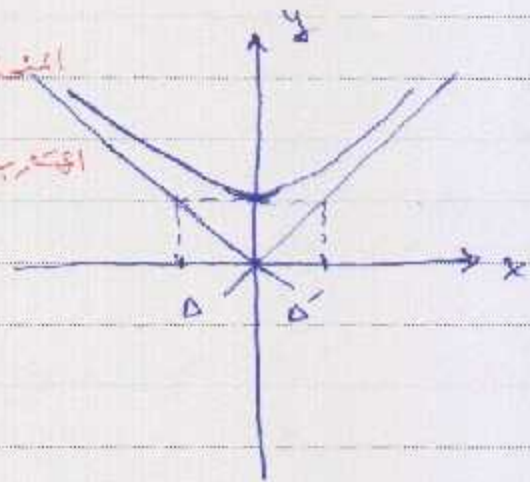
1	$H = \frac{x^2 + x }{x(x^2 + 1)}$	10	أولاً: المجال الدار:
2	$ x = -x ; x < 0 *$		$] -2, 1[\cup] 1, +\infty[$ (1)
5	$H = \frac{x-1}{x^2+1}$	2+3	أو $] -2, +\infty[\setminus \{1\}$
5	$\lim_{x \rightarrow 0^-} H = -1$		(2) $\lim_{x \rightarrow -2} f(x) = -\infty$ $x = -2$ مكافئ
2	$ x = x ; x > 0 *$	3	$\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = -\infty$
5	$H = \frac{x+1}{x^2+1}$	3	$\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = +\infty$ $x = 1$ مكافئ
5	$\lim_{x \rightarrow 0^+} H = 1 \neq \lim_{x \rightarrow 0^-} H$	3+3	$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 0 \rightarrow y = 0$ مكافئ
5	f لا يتغير إلا عند $x = 0$ ولكن يتغير إلا عند $x = 0$ " " " "	10	(3) في النقطة $(0, 3)$ المماس أفقي مكافئ $x = 0$
<u>التمرين الرابع:</u>		5	المجال الدار:
10	$x^2 - 6x + 10 = (x-3)^2 + 1$ (1)	5+5	$f(0) = 0$
5	$f(x) = \sqrt{(x-3)^2 + 1}$ (2)		$H = \frac{f(x) - f(0)}{x-0} ; D_H =]0, +\infty[$
5	$\Delta: y = x-3$	10	$= \frac{x \sqrt{\frac{x}{x+1}}}{x} = \sqrt{\frac{x}{x+1}}$
5	$f(x) - y_{\Delta} = \sqrt{(x-3)^2 + 1} - (x-3)$	5	$\lim_{x \rightarrow 0^+} H = 0$
10	$= \frac{(\sqrt{(x-3)^2 + 1} - (x-3))(\sqrt{(x-3)^2 + 1} + (x-3))}{(\sqrt{(x-3)^2 + 1} + (x-3))}$	5	f متناقص عند (0)
10	$= \frac{1}{\sqrt{(x-3)^2 + 1} + (x-3)}$	5	$f'(0) = 0$
5	$\lim_{x \rightarrow +\infty} (f(x) - y_{\Delta}) = 0$	5	<u>التمرين الخامس:</u>
5	$\Delta: y = x-3$ مكافئ ما نك في مجال $+ \infty$	5	$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 1$ (1)
5	$\sqrt{(x-3)^2 + 1} > x-3$ (3)	5	$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 1$
5	$f(x) - y_{\Delta} > 0$ مكافئ	5	$y = 1$ مماس أفقي
5	C فترة التناقص A	2	(2) لا يوجد مكافئ أفقي لا يوجد مكافئ عمودي
		2+1	(3) $f(0) = 0$
			$H = \frac{f(x) - f(0)}{x-0} ; D_H = \mathbb{R} \setminus \{0\}$

(2)

3

2

المنحنى
المتكافئ



5
2

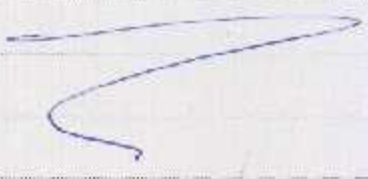
$$y = f(1) = \sqrt{2} \quad x = 1 \quad (5)$$

$$m = f'(1) = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

3

$$y - \sqrt{2} = \frac{1}{\sqrt{2}}(x - 1)$$

$$y = \frac{1}{\sqrt{2}}x - \frac{1}{\sqrt{2}} + \sqrt{2}$$



3

3

5

5

5

5

5

3

3

3

10

5

5

5

5

5

5

5

المركبة... الكافئ

(1) $x \in \mathbb{R} : x \in \mathbb{R}$ (مركبة)

(2) $f(-x) = f(x)$ (مركبة)

$$f(x) = \sqrt{x^2 + 1} = \sqrt{x^2 + 1} = f(x)$$

f... نزول

$$f(x) - y = \sqrt{x^2 + 1} - x \quad (2)$$

$$= \frac{(\sqrt{x^2 + 1} - x)(\sqrt{x^2 + 1} + x)}{(\sqrt{x^2 + 1} + x)}$$

$$= \frac{1}{\sqrt{x^2 + 1} + x}$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} (f(x) - y) = 0$$

$\Delta: y = x$...

$V_f =]-\infty, +\infty[$ (3)

f... متزايدة

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = +\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$$

$$f'(x) = \frac{x}{\sqrt{x^2 + 1}}$$

$x = 0 \leftarrow f'(x) = 0$

$$f(0) = 1$$

x	$-\infty$	0	$+\infty$
f'(x)	-	0	+
f(x)	$+\infty$	1	$+\infty$

f(0) = 1 ...

f(4) ...

...

...

$\Delta: y = -x$...

...

...

السؤال الثالث

ثانياً - التمرين الأول:

5 $P(z) = z^3 - 3z^2 + 4z - 12$ [1]

5 $= 27 - 27 + 12 - 12 = 0$

$P(z) = 0$ حل للمعادلة \leftarrow

$z^2 + 4$ [2]

$z-3 \overline{) z^3 - 3z^2 + 4z - 12}$

$z^3 - 3z^2 -$

$4z - 12$

$4z - 12$
0

10 $\Rightarrow Q(z) = z^2 + 4$

$P(z) = (z-3)(z^2+4)$

$P(z) = 0$

5 $z-3=0 \Rightarrow z=3$

5 $z^2+4=0 \Rightarrow z^2=-4$

10 $\Rightarrow z^2 = 4i^2$

5+5 $z_1 = 3$ $z_2 = -2i$

5 $z_1 = 3 = 3(1) = 3 \cdot e^{i0}$ [3]

5 $z_2 = 2i = 2 \cdot e^{i\frac{\pi}{2}}$

5 $z_3 = -2i = 2(-i) = 2 \cdot e^{-i\frac{\pi}{2}}$

[1]

$|w| = \left| \frac{-\sqrt{2}}{1+i} e^{i\frac{\pi}{3}} \right|$

5 $= \frac{|-\sqrt{2}|}{|1+i|} |e^{i\frac{\pi}{3}}|$

3+2 $|w| = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} (1) = 1$

3 $w = \frac{-\sqrt{2}}{\sqrt{2}} e^{i\frac{\pi}{3}}$

2 $= -1 \cdot e^{i\frac{\pi}{4}} \cdot e^{i\frac{\pi}{3}}$

3 $= e^{i\pi} \cdot e^{i\frac{\pi}{4}} \cdot e^{i\frac{\pi}{3}}$

2 $\Rightarrow w = e^{i\frac{7\pi}{12}}$

3 $\bar{z} = \frac{z - z\bar{w}}{1 - \bar{w}}$ [2]

5 $\bar{w} = \frac{1}{w}$ بما أن $|w|=1$

2 $\bar{z} = \frac{z - z\frac{1}{w}}{1 - \frac{1}{w}} = \frac{wz - z}{\frac{w-1}{w}}$

5 $\bar{z} = \frac{wz - z}{w-1} = \frac{z - w\bar{z}}{1-w}$

5 $\Rightarrow \bar{z} = z$

رسمه Z صحيح

التمرين الثالث :

$$Z = 1 + \sqrt{3}i \quad [1]$$

$$5 \quad = 2 \left(\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i \right)$$

$$5 \quad Z_1 = 2 \left(\cos \frac{\pi}{3} + i \sin \frac{\pi}{3} \right)$$

$$Z_2 = 1 + i$$

$$10 \quad Z_2 = \sqrt{2} \left(\cos \frac{\pi}{4} + i \sin \frac{\pi}{4} \right)$$

$$\frac{Z_1}{Z_2} = \frac{r_1}{r_2} \left(\cos(\theta_1 - \theta_2) + i \sin(\theta_1 - \theta_2) \right)$$

$$10 \quad \Rightarrow \frac{Z_1}{Z_2} = \frac{2}{\sqrt{2}} \left(\cos \left(\frac{\pi}{3} - \frac{\pi}{4} \right) + i \sin \left(\frac{\pi}{3} - \frac{\pi}{4} \right) \right)$$

$$5 \quad \frac{Z_1}{Z_2} = \sqrt{2} \left(\cos \frac{\pi}{12} + i \sin \frac{\pi}{12} \right)$$

$$5 \quad \frac{Z_1}{Z_2} = \frac{1 + i\sqrt{3}}{1 + i} \times \frac{1 - i}{1 - i} \quad [2]$$

$$= \frac{1 - i + i\sqrt{3} + \sqrt{3}}{2}$$

$$5 \quad \frac{Z_1}{Z_2} = \frac{\sqrt{3} + 1}{2} + i \frac{\sqrt{3} - 1}{2}$$

بالمقارنة بين حقيقيين نجد ان

$$\sqrt{2} \cos \frac{\pi}{12} = \frac{\sqrt{3} + 1}{2}$$

$$7 \quad \Rightarrow \cos \frac{\pi}{12} = \frac{\sqrt{6} + \sqrt{2}}{4}$$

$$\sqrt{2} \sin \frac{\pi}{12} = \frac{\sqrt{3} - 1}{2}$$

$$7 \quad \Rightarrow \sin \frac{\pi}{12} = \frac{\sqrt{6} - \sqrt{2}}{4}$$



تاريخ:

٢٠٢٠ - ٢٠٢١

١ هجريه

	السؤال الرابع:	40	السؤال الرابع:
18	١٠. تعيين احداثيات النقاط		مخطط مجسم من النقاط M
6	٢٠. مركبات الأضلاع	2	شكل اسطوانة محورها
6	٣٠. نظام الأضلاع	2	(0, k) أو (0, 3)
		2	ارتفاعها 3 و نصف
2	٣٠. تعيين احداثيات k.	2	قطر قاعدتها 3 و r = 3
6	. مركبات الأضلاع	4	مركز قاعدتها السفلى (0, 0, 0)
4	. شعاعها غير متوازيين	4	= = العليا (0, 0, 3)
4	. شرط الارتباط الكروي الثلاث		
	أضلاع		$x^2 + y^2 = 9$ $0 \leq z \leq 3$
6	. تعيين α و β		نقطة A (0, 3, 2) تنتمي
2	. مساحات نصف قطر الكرة	4	$x_A^2 + y_A^2 = 9$ $0 \leq z_A \leq 3$
4	. كتابة معادلات الكرة	4	$0 + 9 = 9$ $0 \leq z \leq 3$
			تحققه - تحققه
4	. متوازي المستويين الكروي		رسم A نقطة من الأسطوانة
4	. التعويض والتربيع والنشر		نقطة B (1, 3, 1) تنتمي
2	. النتيجة (مباراة المستويين)	4	$x_B^2 + y_B^2 = 9$ $0 \leq z_B \leq 3$
		4	$1 + 9 = 9$ $0 \leq z \leq 3$
			تحققه $10 \neq 9$
4	A(0, 0, 0) B(4, 0, 0) (كل)		كثير تحققه
4	C(4, 2, 0) D(0, 2, 0)		B ليست نقطة
4	E(0, 0, 2) F(4, 0, 2)		من الأسطوانة
4	G(4, 2, 2) H(0, 2, 2)		
2	I(2, 0, 0)		
	J(4, 2, 3)		
2	D \vec{I} (2, -2, 0) (2)		
2	J \vec{I} (-2, -2, -3)		
2	D \vec{J} (4, 0, 3)		

3

$$\begin{cases} 4 = 0 + 4\beta & (1) \\ 0 = 2\alpha & (2) \\ z = 2\alpha + 0 & (3) \end{cases}$$

1

$$(1) \Rightarrow 4\beta = 4 \Rightarrow \boxed{\beta = 1}$$

1

$$(2) \Rightarrow 0 = 2\alpha - 1(1)$$

$$\Rightarrow \boxed{\alpha = \frac{1}{2}}$$

1

$$(3) \Rightarrow \boxed{z = 2\left(\frac{1}{2}\right) = 1}$$

وهذه بيان الأمتعة مرتبطة
فضلاً إذا كانت $\alpha = 1$

من حال $\alpha \neq 1$ فإن الأمتعة
ليست مرتبطة فضلاً

2

$$r = |\vec{IB}| = 2 \quad B(4, 0, 0) \quad (4)$$

مسألة الكرة من الشكل:

2

$$(x - x_B)^2 + (y - y_B)^2 + (z - z_B)^2 = r^2$$

2

$$(x - 4)^2 + (y - 0)^2 + (z - 0)^2 = 4$$

$$(x - 4)^2 + y^2 + z^2 = 4$$

2

5) بفرض $M(x, y, z)$ نقطة
من المستوى المحوري للقطعة (DI)

فإن:

4

$$\|\vec{DM}\| = \|\vec{IM}\|$$

$$\sqrt{x^2 + (y-2)^2 + z^2} = \sqrt{(x-2)^2 + y^2 + z^2}$$

بالترتيب

2

$$x^2 + y^2 - 4y + 4 + z^2 = x^2 - 4x + 4$$

2

$$\Rightarrow \boxed{4x - 4y = 0}$$

2

$$\|\vec{DI}\| = \sqrt{4+4} = \sqrt{8}$$

2

$$\|\vec{JI}\| = \sqrt{4+4+z^2} = \sqrt{8+z^2}$$

2

$$\|\vec{DJ}\| = \sqrt{16+0+z^2} = \sqrt{16+z^2}$$

من يكون المثلث DIJ قائم
في I يجب أن يتحقق:

$$DJ^2 = DI^2 + IJ^2$$

$$16 + z^2 = 8 + 8 + z^2$$

$$\Rightarrow z^2 = z^2$$

وهذه العلاقة صحيحة أي كانت
 z وبالتالي DIJ قائم في I أي كانت $e \in K$

2

$$K(0, 1, 0) \quad (3)$$

2

$$\vec{BG}(0, 2, 2)$$

2

$$\vec{KB}(4, -1, 0)$$

$$\vec{DJ}(4, 0, z)$$

4

منه
 $\vec{BG} \neq \vec{KB}$ لأنهما المتجهات في

متناسقة

4

بفرض $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$ تحقق

$$\vec{DJ} = \alpha \vec{BG} + \beta \vec{KB}$$

4

$$\begin{pmatrix} 4 \\ 0 \\ z \end{pmatrix} = \alpha \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \\ 2 \end{pmatrix} + \beta \begin{pmatrix} 4 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix}$$